

## 第3章 選擇權價格及價格上下限



## 本章大綱

第一節 選擇權到期時的價值

第二節 選擇權到期前的價值

第三節 買權價格上下限

第四節 賣權價格上下限

第五節 影響選擇權價格的因素

實務專欄 花旗銀行率先推出投資型外  
幣存款



## 第一節 選擇權到期時的價值(1/4)

### ● 買權到期時的價值

$$C_T = \begin{cases} S_T - K, & \text{如果 } S_T > K \\ 0, & \text{如果 } S_T \leq K \end{cases} \quad (\text{公式3-1})$$

- 寫成  $C_T = \max(S_T - K, 0)$ ， $C_T$  為買權到期時的價值； $S_T$  為到期時之股價； $K$  為履約價格

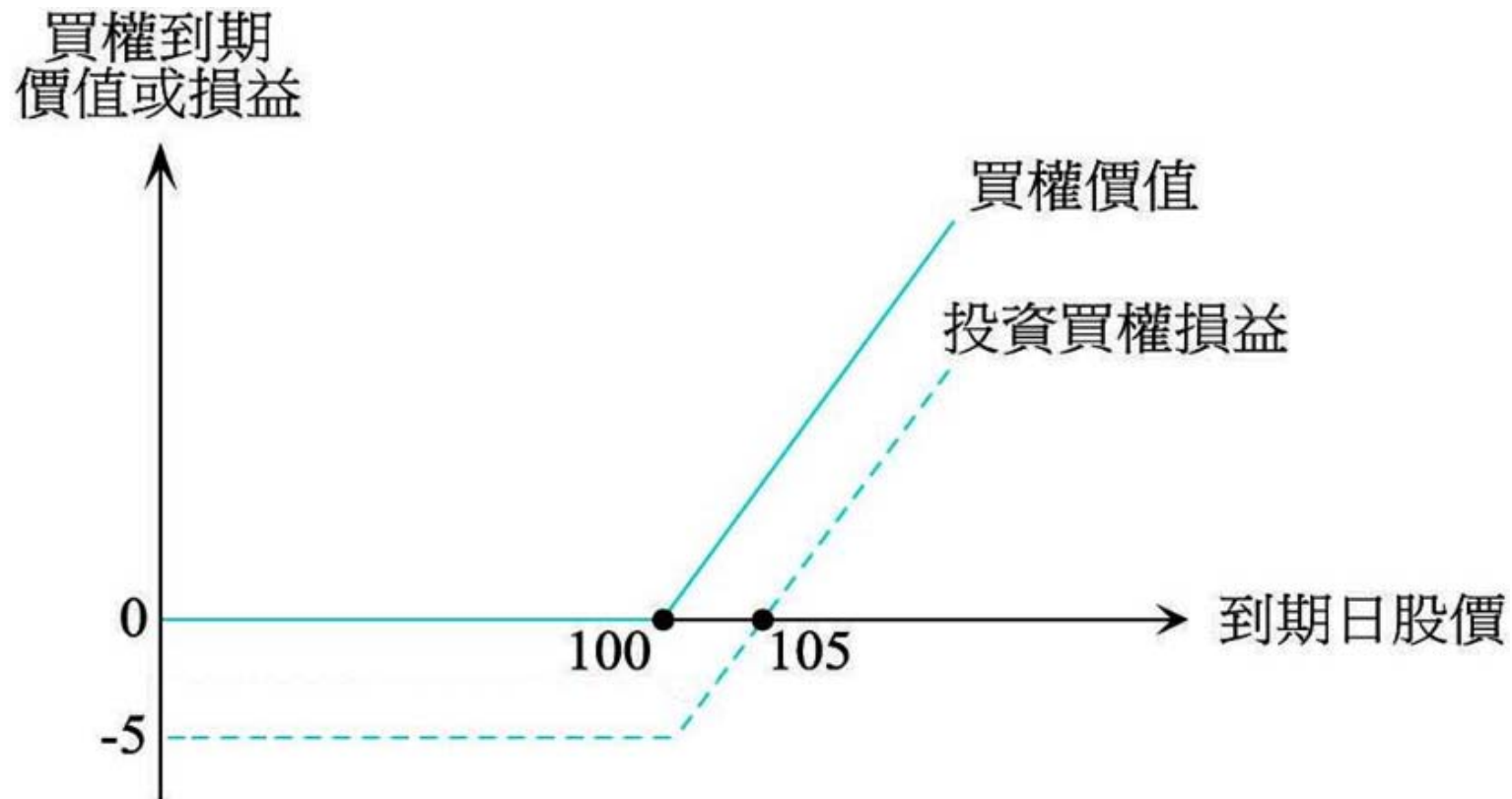


## 第一節 選擇權到期時的價值(2/4)

- 以5元買入台積電買權，履約價格為100元，損益兩平點為105元。買入買權可以說損失有限，獲利無窮。(如圖3-1所示)



# 圖3-1 買權到期價值及投資損益



## 第一節 選擇權到期時的價值(3/4)

### ● 賣權到期時的價值

$$P_T = \begin{cases} K - S_T, & \text{如果 } S_T < K \\ 0 & , \text{如果 } S_T \geq K \end{cases} \quad (\text{公式3-2})$$

● 寫成  $P_T = \max(K - S_T, 0)$ ， $P_T$ 表賣權到期時價值。

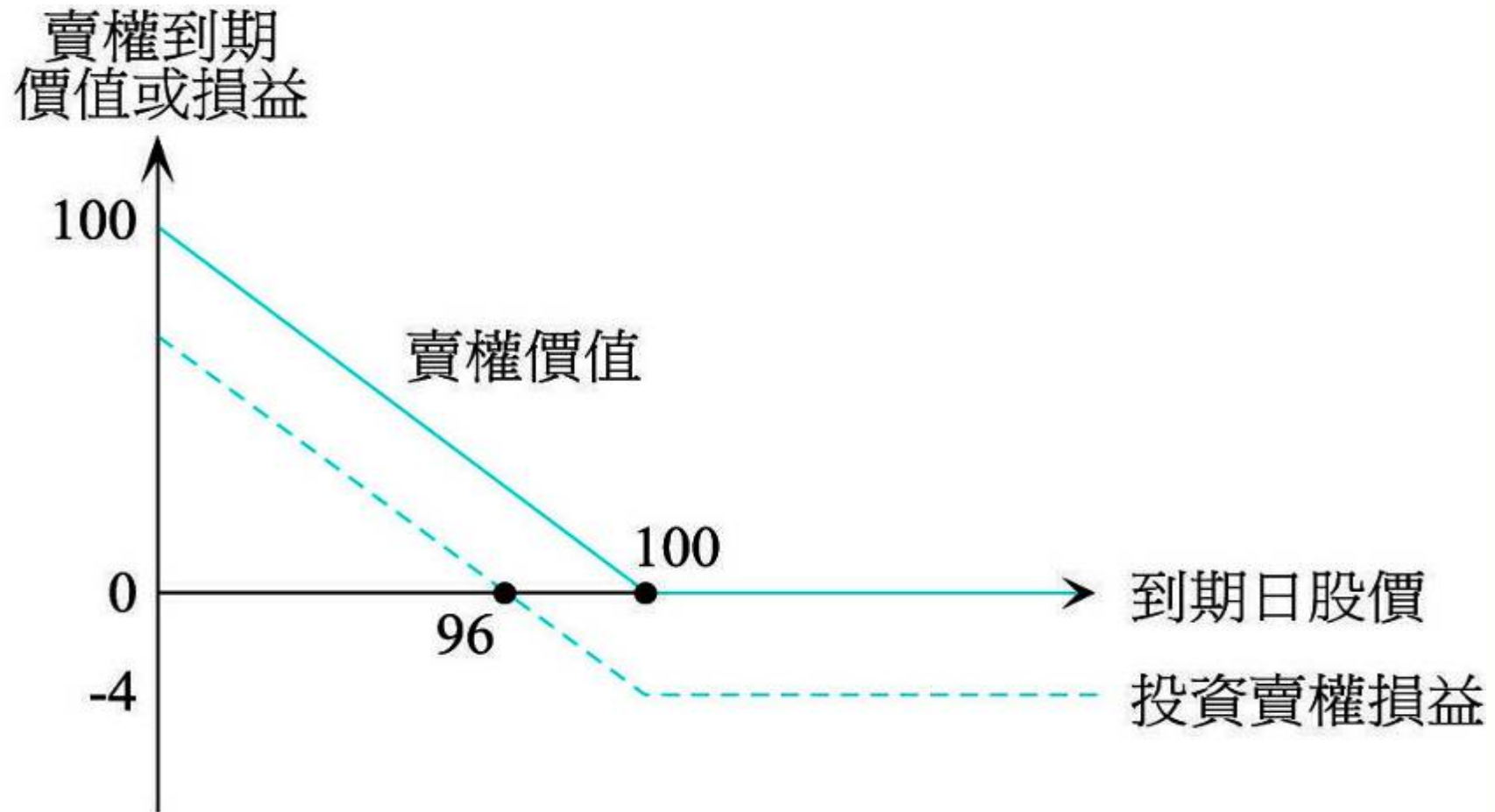


## 第一節 選擇權到期時的價值(4/4)

- 以4元買入台積電賣權，履約價為 100，當台積電股價為96元時，損益兩平點。買入賣權之損失有限，獲利很大，但也是有限。(如圖3-2所示)



圖3-2 賣權到期價值及投資損益





## 第二節 選擇權到期前的價值(1/7)

● 選擇權價值＝內含價值＋時間價值

● 買權的權利金可表示如下：

$$C = \max(S - K, 0) + \text{時間價值}$$

● 賣權的權利金可以表示如下：

$$P = \max(K - S, 0) + \text{時間價值}$$

C表示買權，P表示賣權，S表示目前股價，K為履約價格。

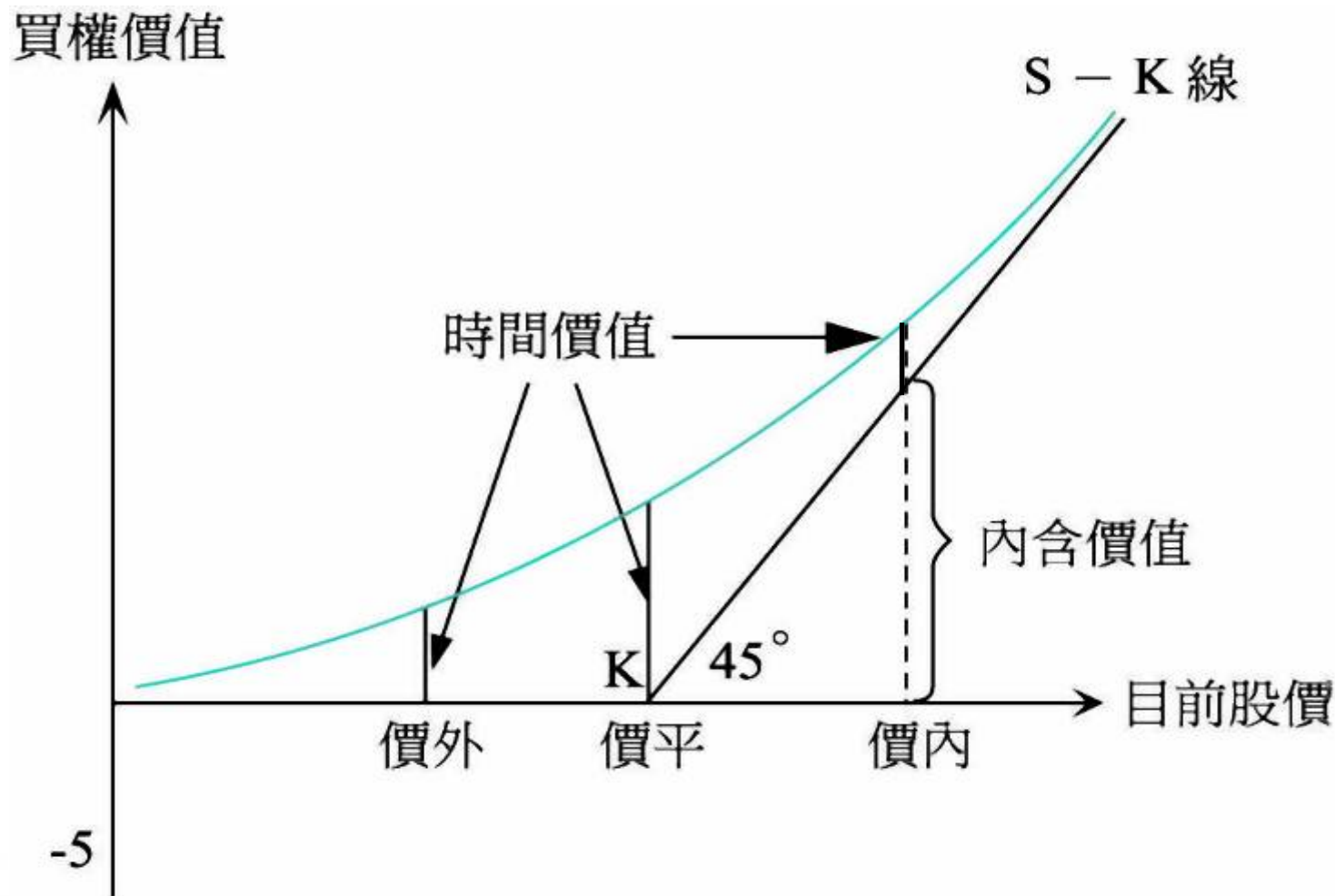


## 第二節 選擇權到期前的價值(2/7)

- 對價內買權來說，當股價上升時，即股價離履約價格愈遠，買權的價值會愈高，但是買權的時間價值反而會下跌，也就是愈深價內，時間價值愈低。
- 對價外買權而言，當股價上升時，即股價愈靠近履約價格時，其時間價值愈上升，也就是愈深價外，時間價值愈低。因此，在價平時，買權的時間價值最高。（如圖3-3所示）



### 圖3-3 買權到期前之價值



## 第二節 選擇權到期前的價值(3/7)

- 價外買權的時間價值，用來購買未來股價上漲超過履約價格而獲利，所付的權利金。
- 股價愈高，到期時股價超過履約價格的機會也愈大，所需支付的權利金也愈高。
- 因此價外買權的時間價值會隨著股價的上升而上漲。



## 第二節 選擇權到期前的價值(4/7)

- 價內買權的時間價值可視為是一種保險的成本，保障投資人當股價跌破履約價格時不用履約。
- 股價越高時，跌破履約價格的機會越低，所要支付的保費就越低，間價值也較低。
- 價內買權的時間價值會隨著股價的上升而下跌。

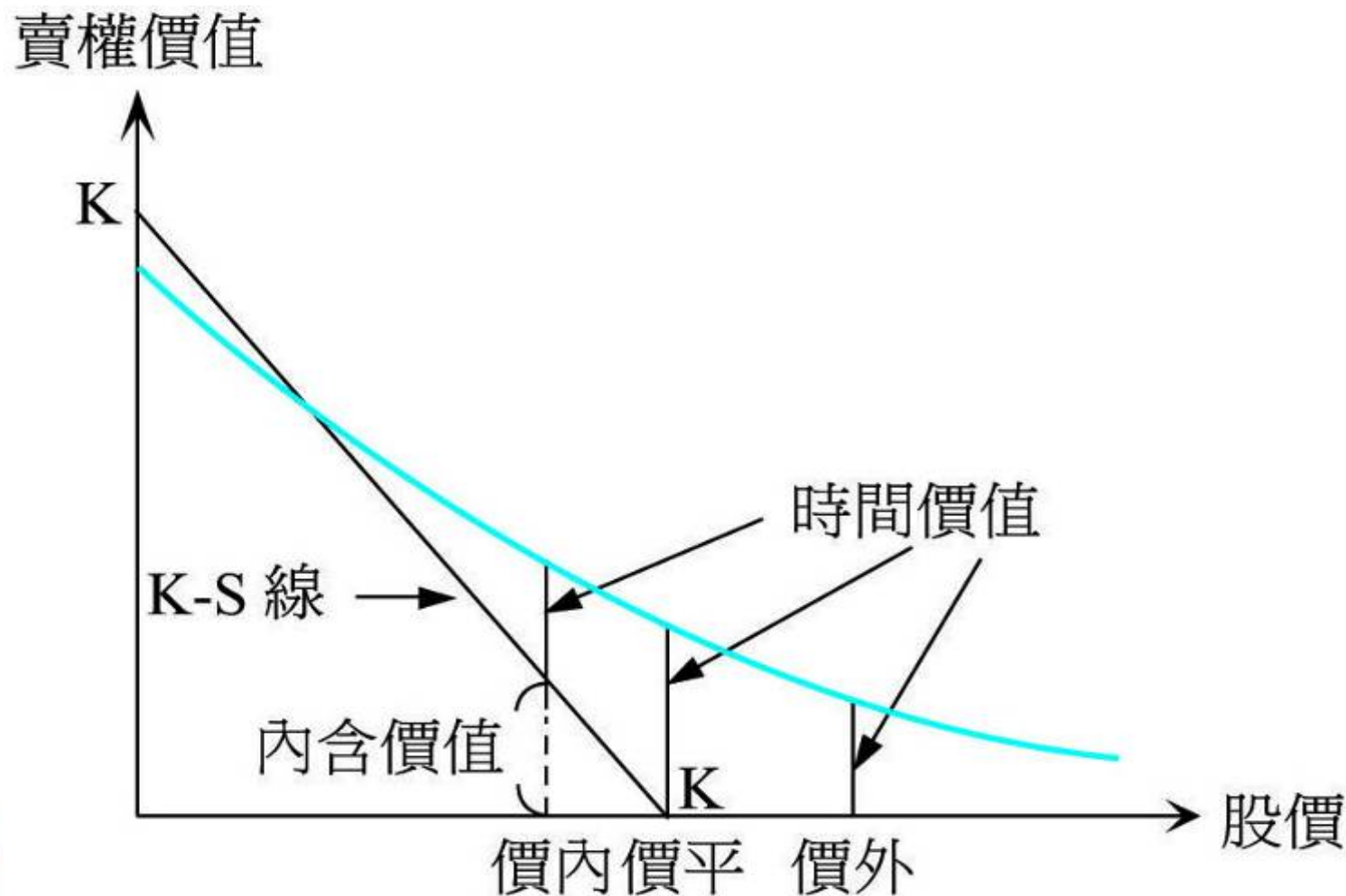


## 第二節 選擇權到期前的價值(5/7)

- 賣權到期前的時間價值，也是愈價內愈低，而以價平時最高。但是當股價很低（深價內）時，歐式賣權的價值可能會小於內含價值( $K - S$ )。（如圖3-4所示）



圖3-4 歐式賣權到期前之價值





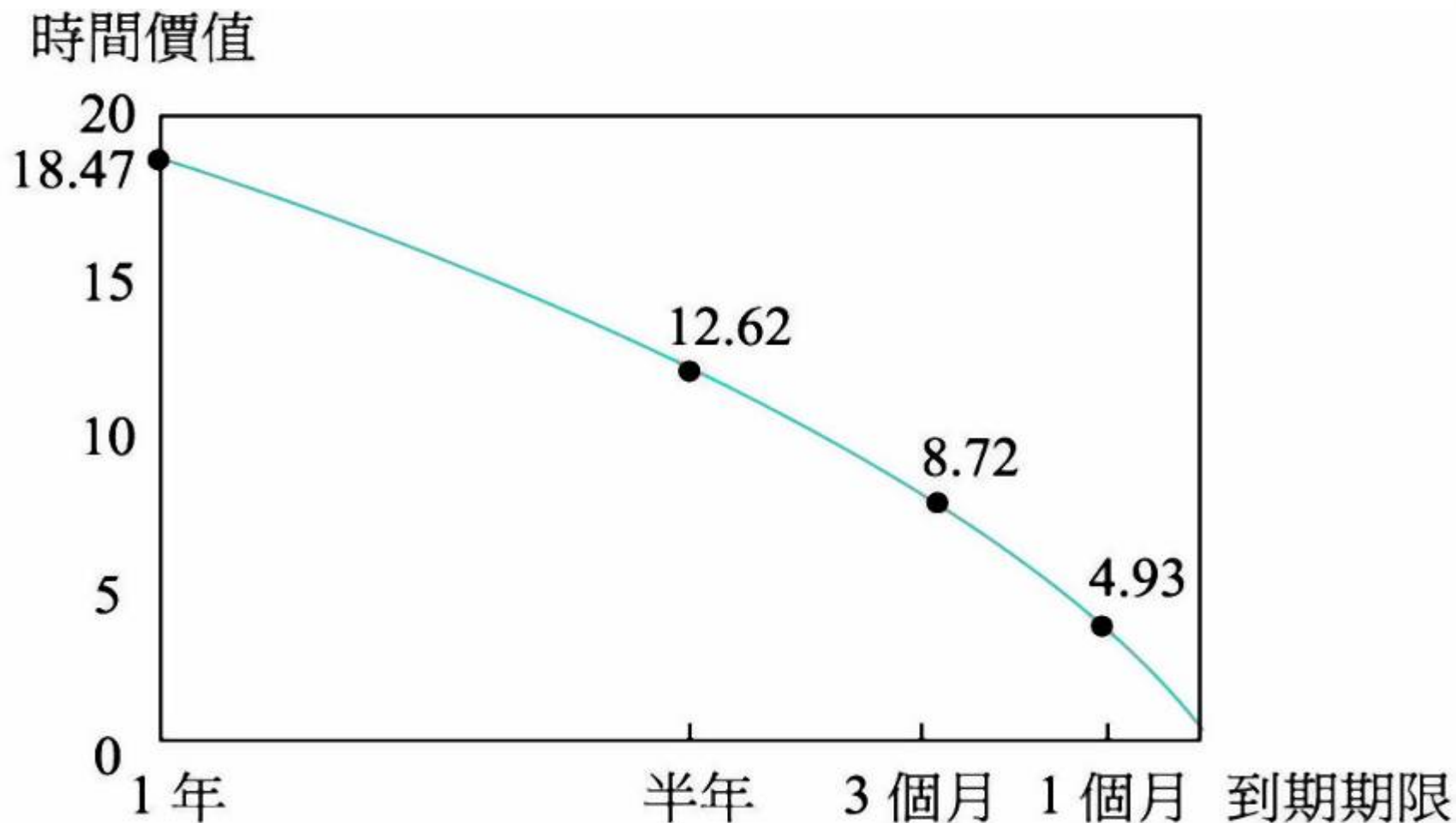
## 第二節 選擇權到期前的價值(6/7)

- 時間價值會隨著到期日的逼近而呈遞增速度下降。  
。(如圖3-5所示)。1年到期的時間價值為18.47元，半年到期為12.62元，3個月到期為8.72元，剩下1個月的時間價值為4.93元。
- 前半年的時間價值減少為5.85元；最後1個月的時間價值，在1個月內減少了4.93元。選擇權也被稱為損耗性資產(wasting asset)。





### 圖3-5 買權的時間價值與到期期限



## 第二節 選擇權到期前的價值(7/7)

### 動動腦

- 在圖3-4中，歐式賣權的價值可能低於 $K-S$ 線，為什麼？那麼美式賣權呢？



## 第三節 買權價格上下限(1/5)

### ● 買權價格上限

買權價格上限(upper bound)指買權的價格不會高於某一個價格。

$$C \leq S \quad (\text{公式3-3})$$



## 第三節 買權價格上下限(2/5)

### ● 買權價格下限

買權價格下限(lower bound)指買權的價格不會低於某個價格。

$$C \geq S - K(1 + r)^{-T} \quad (\text{公式3-4})$$



## 第三節 買權價格上下限(3/5)

### ● 買權價格區間

綜合買權價格上限及下限，買權價格區間可表為下式：

$$S \geq C \geq \max(S - K(1 + r)^{-T}, 0) \quad (\text{公式3-5})$$



## 第四節 買權價格上下限(3/5)

### ● 例題1

假設目前股價為110元，履約價格為100元，還有1年到期，利率是6%，求買權的價格下限。



## 第四節 買權價格上下限(5/5)

● 解：

由公式可知，買權要大於或等於股價減去履約價格的折現：

$$110 - 100 \times (1 + 0.06)^{-1} = 110 - 94.3 = 15.7$$

即買權價格要大於等於15.7元，否則就會有套利的情形出現。



## 第四節 賣權價格上下限(1/11)

### ● 歐式賣權價格上限

歐式賣權會小於或等於履約價格的折現，公式如下：

$$P \leq K(1+r)^{-T} \quad (\text{公式3-6})$$





## 第四節 賣權價格上下限(2/11)

### ● 例題2

假設股價為90元，履約價格為100元，到期期限為1年，則賣權的價格上限（最大價格）為何？



## 第四節 賣權價格上下限(3/10)

● 解：

根據公式3-6，賣權的價格上限為：

$$100 \times (1 + 0.06)^{-1} = 94.3$$



## 第四節 賣權價格上下限(4/10)

### ● 美式賣權的價格上限

美式賣權的價格會小於或等於履約價格，公式表示如下：

$$P_a \leq K \quad (\text{公式3-7})$$



## 第四節 賣權價格上下限(5/10)

### ● 歐式賣權的價格下限

歐式賣權的下限一定要大於或等於履約價格的折現減掉股價，公式表示如下：

$$P \geq k(1+r)^{-T} - S \quad (\text{公式3-8})$$



## 第四節 賣權價格上下限(6/10)

### ● 例題3

承例題2，求歐式賣權之價格下限。



## 第四節 賣權價格上下限(7/11)

● 解：

根據公式3-7，其下限為：

$$100 \times (1 + 0.06)^{-1} - 90 = 4.3$$

表示歐式賣權之價格下限至少大於或等於4.3元。



## 第五節 賣權價格上下限(8/11)

### ● 美式賣權的價格下限

美式賣權至少要大於或等於內含價值( $K - S$ )，公式表示如下：

$$P_a \geq K - S \quad (\text{公式3-9})$$



## 第四節 賣權價格上下限(9/11)

### ● 例題4

承例題2，求美式賣權的價格下限。





## 第四節 賣權價格上下限(10/11)

● 解：

美式賣權至少要大於或等於 $100 - 90 = 10$ ，表示美式賣權至少要大於或等於內含價值10元。



## 第四節 賣權價格上下限(11/11)

### ● 賣權價格區間

- 歐式賣權價格的區間可以寫成：

$$K(1+r)^{-T} \geq P \geq \max(K(1+r)^{-T} - S, 0) \quad (\text{公式3-10})$$

- 美式賣權價格的區間可以寫成：

$$K \geq P_a \geq \max(K - S, 0) \quad (\text{公式3-11})$$



## 第五節 影響選擇權價格的因素(1/5)

### ● 股價

買權價值與股價成正向關係。

### ● 履約價格

買權價值與履約價格成反向關係。

### ● 到期期限的長短

權利的期間愈長，契約便愈有價值。



## 第五節 影響選擇權價格的因素(2/5)

### ● 標的資產價格的波動幅度

股價波動性愈大，買權、賣權的價值就會愈高。

### ● 無風險利率

買權的價值與無風險利率成正向關係。

### ● 現金股利

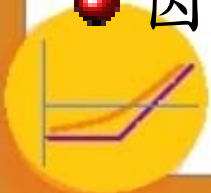
買權的價值與無風險利率成反向關係。



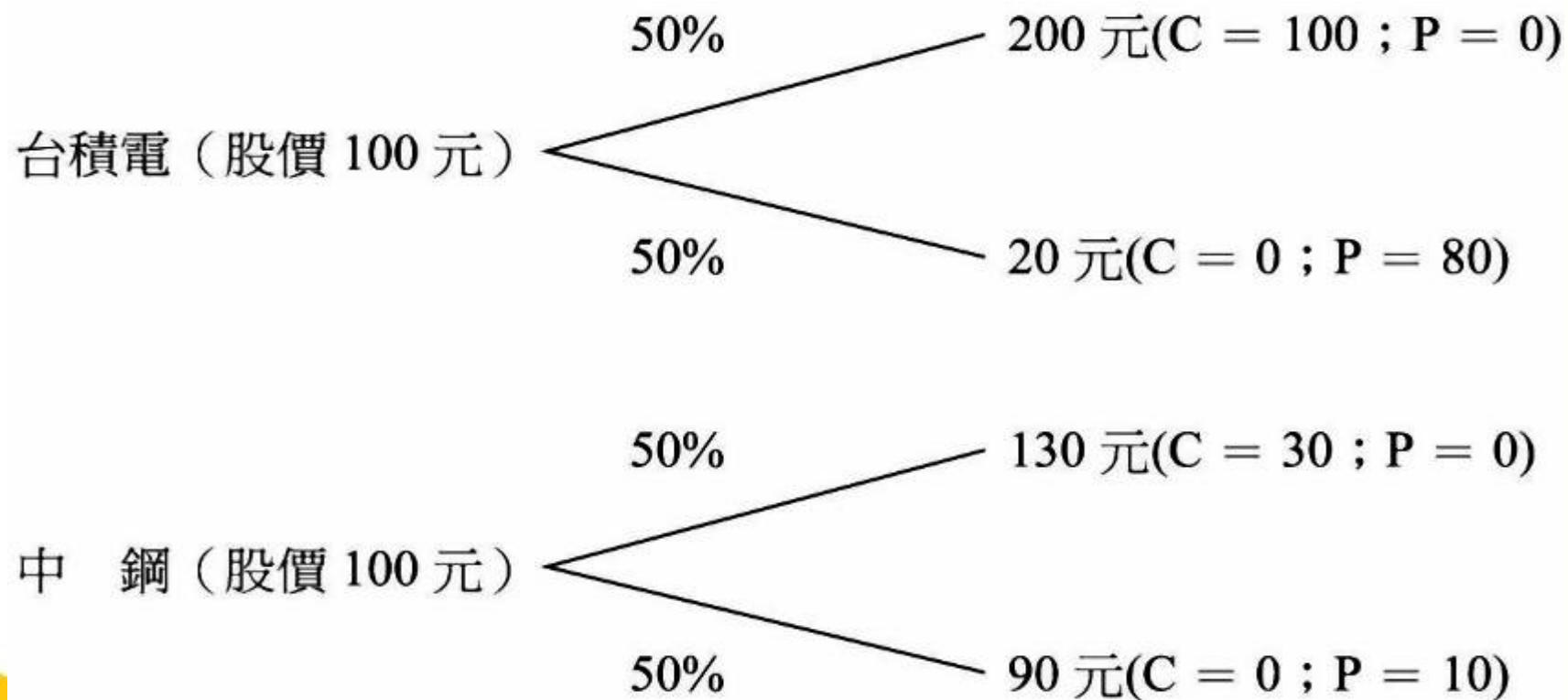
## 第五節 影響選擇權價格的因素(3/5)

- 買權的價值在上方，股價漲越高買權獲利越高。買權下方的風險有限，不管股價跌到多低，只要跌破履約價格就沒有價值，最大損失就是權利金。
- 賣權的價值在下方，股價跌越深賣權獲利越高。賣權上方的風險有限，不管股價漲到多高，只要漲過履約價格就沒有價值，最大損失就是權利金。
- 因此股價波動愈大，買權、賣權的價值就會愈高。

(如圖3-6所示)



### 圖3-6 波動度對選擇權價值的影響



## 第五節 影響選擇權價格的因素(4/5)

### 動動腦

- 能否用其他的解釋方法來說明為什麼無風險利率愈高，買權價值愈高，而賣權價值卻會愈低？



表3-1 影響買權、賣權價格的因素

| 因素                | 買權變動方向 | 賣權變動方向 |
|-------------------|--------|--------|
| 股價(S)             | +      | -      |
| 履約價格(K)           | -      | +      |
| 到期日(T)            | +      | +      |
| 股價波動度( $\sigma$ ) | +      | +      |
| 無風險利率(R)          | +      | -      |
| 現金股利(D)           | -      | +      |





## 第五節 影響選擇權價格的因素(5/5)

### 動動腦

- 你認為還有哪些因素可能會影響買權、賣權的價格？



## 本章摘要(1/8)

- 如果到期時的股價大於履約價格，那麼買權到期時的價值應該等於到期時的股價減掉履約價格；如果到期時的股價小於履約價格，則買權就沒有價值，即  $C_T = \max(S_T - K, 0)$ 。



## 本章摘要(2/8)

- 如果到期時的股價低於履約價格，賣權到期時的價值就是履約價格減去股價；反之，如果到期時的股價大於或等於履約價格，賣權的價格就為0，即

$$P_T = \max(K - S_T, 0)。$$



## 本章摘要(3/8)

- 價內買權與賣權在到期日前之價值，包含內含價值與時間價值，此時，時間價值可視為是一種保險的費用；而價外買權與賣權在到期日前之價值只有時間價值，此時，時間價值可視為對未來選擇權獲利所支付的權利金。



## 本章摘要(4/8)

- 對價外買權而言，股價上升時，時間價值也會上升。對價內買權而言，股價上升時，時間價值會下跌，也就是愈深價內，時間價值愈低；賣權的情形也很類似，只是方向相反。



## 本章摘要(5/8)

- 歐式與美式買權的價格一定小於或等於股價，這便是買權價格上限，即  $C \leq S$ 。
- 歐式與美式買權的價格至少要大於或等於股價減掉履約價格的折現，這就是買權價格下限，即  $C \geq S - K(1+r)^{-T}$ 。



## 本章摘要(6/8)

- 歐式賣權價格要小於或等於  $K(1+r)^{-T}$ ；美式賣權的價格會小於或等於履約價格  $K$ ，即  $P_a \leq K$ 。
- 歐式賣權的價格一定要大於或等於履約價格的折現減掉股價，即  $P_a \geq K(1+r)^{-T} - S$ ；美式賣權至少要大於或等於內含價值，即  $K - S$



## 本章摘要(7/8)

- 不同履約價格的買權(或賣權)價差小於兩個履約價格之差。
- 一般而言，影響選擇權價格的因素包括選擇權標的資產價格的高低、標的資產價格波動性的大小、選擇權履約價格的高低、選擇權到期期限的長短、無風險利率的大小及標的資產股利的大小。





## 本章摘要(8/8)

- 一般而言，買權的價值與股價、到期日、股價波動幅度及無風險利率成正向關係，而與履約價格及股利的大小成反向關係。
- 一般而言，賣權的價值與履約價格、到期日、股價波動幅度及股利大小成正向關係，而與無風險利率及股價成反向關係。



## 實務專欄

### ● 花旗銀行率先推出投資型外幣存款

